汉代黄钟律管和量制的关系

孙　　机

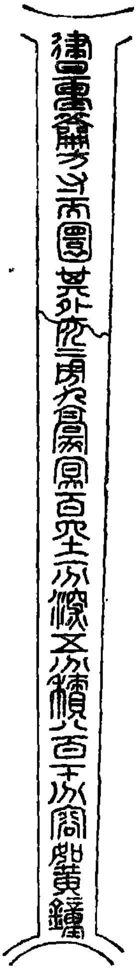
《尚书·舜典》说舜"同律、度、量、衡"。孔颖达疏："律者，候气之管，而度、量、衡三者，法制皆出于律。"在他看来，似乎唐虞之际已经把计量单位和乐律相联系了。但上古时代显然不可能对乐律和度量衡的关系理解到这种深度。《尚书》几经窜乱，这些话很象是汉代人加进去的。因为如《管子·君臣篇》只说："衡石一称，斗斛一量，丈尺一綧制。"《周礼·秋官·大行人》只说："同度量，成牢礼，同数器，修法则。"二十六年始皇诏也只说："法度量则不壹歉疑者，皆明壹之。"均未言及乐律。可见在先秦时代，大约还没有产生这种认识。

所谓"候气之管"、"律管"，即校正标准音高所用的定音管。它起初用于钟之调音。《周礼·春官·大司乐》郑玄注："以律立钟之均。"又《春官·典同》孙诒让正义："八音之乐器，其律度通以钟为本也。"唐兰先生也说："十二律本来是和钟相应的，并且是用铜做的。"他还认为，十二律大约是在春秋时完成的①。但直到西汉，才开始用律管作为计量单位的基准。《汉书·律历志》说：武帝元封七年募治历者，其中有巴郡落下闳，"闳运算转历。其法以律起历，曰：律容一龠，积八十一寸，则一日之分也。与长相终。律长九寸，百七十一分而终复。三复而得甲子。夫律阴阳九六，爻象所从出也。故黄钟纪元气之谓律。律，法也，莫不取法焉"。这里已经指出黄钟律管长九寸，容一龠。物理学证明：对于一支律管说来，如管径不变，则频率与管长的4倍成反比；也就是说，一支管径已确定的律管要发出一定频率的音，那么它的长度也必然是固定的，从而，其容积也必然保持固定的值。所以，用律管作计量的基元，则具有准确性，恒定性和复现性。选择律管作为基元，从当时的科学水平说，是十分难能可贵的。

关于汉代度量衡之标准值，《汉书·律历志》说："度者，分、寸、尺、丈、引也，所以度长短也；本起黄钟之长。""量者，龠、合、升、斗、斛也，所以量多少也；本起于黄钟之龠。""权者，铢、两、斤、钧、石也，所以称物平施，知轻重也；本起于黄钟之重：一龠容千二百黍，重十二铢。"可知它们的关系是：黄钟律管的长度是9寸；容积是1龠；1龠中可容1200粒黍，这些黍的重量为12铢，即半两。因而在一支黄钟律管上，就包含了汉代度、量、衡三者的基本单元。

黄钟律管长9寸，从无异说。但其管径是多少呢？蔡邕《月令章句》谓："黄钟之管长九寸，孔径三分，围九分。"汉尺的长度据新莽嘉量实测值推算，为23.08864厘米；中国历史博物馆藏甘肃酒泉北稍门外东汉墓出土铜尺为23.1厘米（出土的东汉尺长度大都与此近似）。今以1汉尺等于23.1厘米，则3分等于0.693厘米。依 $\pi R^2 H =$ 圆柱体容积的公式计算，则黄钟律管的容积为7.841726立方厘米。研究者认为："这个数字和龠的积为10立方厘米完全合不起来。但是黄钟管孔圆柱面积是孔围九分乘以九寸，其积为八百一十分，和龠的容积数值相同。应该指出，这两个相同数值的性质是不同的，为了强调黄钟的重要性，新莽的律官们以此作了不甚妥善的比较。此外，在黄钟和龠之间再也找不出数值上有其它共同之点了。"② 根据

这种看法，则汉代量制、衡制之基元建筑在黄钟律管上的理论将被完全否定。从度量衡史上讲，问题的性质是严重的。但新莽嘉量龠与陕西咸阳底张湾出土新莽龠之铭文都说：“龠……容如黄钟”③（图一），确是就容积而言。这也正是“同律、度、量、衡”之原则的体现。而龠的容积之值和黄钟律管孔圆柱面积之值，则性质绝不相同，根本无从比较，也从未见到新莽律官作过这种比较。



图一 咸阳出土新莽铜龠铭文摹本

笔者认为，问题的症结在于，所谓黄钟律管孔径三分之说，是大有可怀疑之余地的。因为在《汉书·律历志》颜师古注引孟康之说中，就存在着疑窦。孟康一再说：“黄钟律长九寸，围九分，以围乘长，得积八十一寸也。”“大族长八寸，围八分，为积六百四十分也。”“林钟长六寸，围六分，以围乘长，得积三百六十分也。”但围（管孔的圆周）乘长并不等于管的容积，只有底面积（幂）乘长才等于其积。所以孟康说的围，实际上应指幂而言。在新莽量器的铭文中，记积时多并记其幂与深，也从侧面说明了这一点。东汉光和二年大司农铜斛的铭文还说：“依黄钟律历、九章算术，以钧长短、轻重、大小，用齐七政。”④而《九章算术·少广章》中正记有求容积的计算方法。

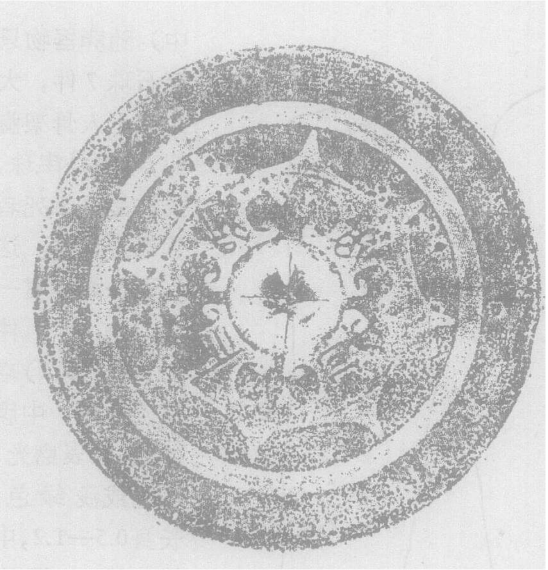
如以黄钟律管的长度为 9 寸，则合 20.79 厘米；以其底面积为 9 方分，则管半径$\left(\sqrt{\frac{9}{\pi}}\right)$等于 1.6926 分，合 0.391 厘米。从而求得管容积为 9.985 毫升。这一数值与嘉量龠的 10.65 毫升、咸阳龠的 9.898 毫升均极接近；与中国历史博物馆及故宫博物院所藏容积为 10 毫升的汉代铜龠，相差仅 0.015 毫升⑤。都应在当时允许的误差范围以内。

图二 新莽无射铜律管

但是，汉代的黄钟律管已无实用品存世，以上说法得不到直接验证。然而上海博物馆藏有新莽无射律管一支（图二）。这支律管的下半部虽已残缺，但其孔径是清楚的，实测值为0.5771 厘米。其长度据铭文各字排列的距离推算，约为 11.2 厘米⑥，合 4.848 汉寸。另外，上述孟康说中，还透露出这样一条规律。依汉制，律管的围值乘 10 等于管长⑦。上文已指出，孟康之所谓围，实际上是幂。现在可以用无射律管来检验。已知管长为 4.848 寸。如以 4.848 分为围长，则管径等于 1.5432 分，合 0.3565 厘米；与无射律管直径的实测值 0.5771 厘米差得多。如以 4.848 方分作为幂，则管径为 2.48448 分，合 0.5739 厘米；与实测值 0.5771 厘米就非常接近了。因此，上述推测可以成立。这样，就有理由肯定，黄钟律管的直径为 0.782 厘米，合 3.385 分。蔡邕所称“孔径三分”似是为行文之便而取其约数。如定管径为 3 分，则黄钟律管对于计量器说来，除了校准长度外，在校准容积方面已经没有意义，更谈不上用以校准重量了。

汉代实行的“同律、度、量、衡”是我国度量衡史上划时代的重大进步，它标志着我国以物理量对计量器进行校准的应用，这在世界度量衡史上也是空前的创举。过去由于囿于黄钟律管孔径三分的误说，而认为其容积与汉代量制相龃龉；甚至怀疑汉代对律、量关系的记载为牵强附会、故弄玄虚。当找出了

（下转 428 页）



图四 铜镜拓本(7/10)

清楚，也未见葬具。人骨架有头骨以及一些肋骨和肢骨，均已被扰乱。出土时头骨偏向西南，方向193°(图二，右)。残存随葬器物有陶罐口缘和石珠各一件，也已被扰乱。

陶罐 1件(M3:1)。残口缘，形制与M1:1同，领部刺印三周麦粒形纹，砂质红灰色，内外面皆涂一薄层细泥，外表且有刮磨痕迹，口径9.2、残高9.6厘米(图三，2)，出土时位于人头骨顶部。

石珠 1件(M3:2)。圆管形，外表磨光，大小、色泽与M1:4同，出土时位于肢骨一侧。

在上述墓葬附近还采集到一些碎陶片，略能辨别器形的有二件陶罐口缘，皆为粗砂陶，质较硬，器壁较厚。采1是红灰色，外表领部刺印二周圆涡纹，口径12、残高3.2、壁厚0.6厘米(图三，3)。采2内表为红灰色，外表遗有熏烟痕迹，腹壁中上部有端手，口径约13、壁厚0.7厘米(图三，5)。

皮条沟这3座鲜卑墓葬，皆为单人仰身直肢葬，从随葬的陶器和石珠等看，它们的年代是接近的，可归入同一时期。从随葬和采集的陶器分析，它们与札赉诺尔鲜卑墓葬中所出的陶器很相似(内蒙古文物工作队：《内蒙古札赉诺尔古墓葬发掘简报》，《文物》1961年12期)，表明它们是我国古代北方少数民族的一种墓葬。随葬的一件"长宜子孙"连弧纹铜镜，应是来自中原地区的制品，反映了当时鲜卑族与华夏民族间的经济文化联系。这些墓葬的年代，如以铜镜为准，相当东汉晚期。

(上接464页)

黄钟律管之直径的正确值后，则各项实测数字无不密合，我国度量衡史上的这一重大疑团也就涣然冰释了。

注 释

① 唐兰：《长沙马王堆汉轪侯妻辛追墓出土随葬遣册考释》，《文史》第10辑，1980年。

②⑥ 马承源、潘建明：《新莽无射律管对黄钟十二律研究的启示》，《上海博物馆馆刊》第1期，1981年。但此文采用的汉尺换算值与本文不同，故依径3分之说求得的黄钟律管之容积与本文微异。

③ 咸阳龠于1970年出土，咸阳市博物馆藏。器柄上的铭文除首句无"嘉"字外，均与嘉量龠铭相同。见《中国古代度量衡图集》图129。

④ 光和二年铜斛传河南睢州出土，上海博物馆藏。见注③所揭书，图147。

⑤ 中国历史博物馆与故宫博物院所藏龠，见注③所揭书，图135～137。

⑦ 如孟康说黄钟管围9分，乘10等于管长9寸。大族管围8分，乘10等于管长8寸。林钟管围6分，乘10等于管长6寸。余可类推。